

Capítulo 6

EMPUJES DEL TERRENO

PROBLEMA 6.1

Aplicando el método de Rankine, calcular la resultante de empujes y su punto de aplicación en el muro indicado en la figura 6.1 si el nivel freático se encuentra a 5 m de la coronación.

Las propiedades geotécnicas del terreno son:

$$\phi' = 28^\circ ; c' = 0 ; \gamma = 18 \text{ kN/m}^3 ; \gamma_{\text{sat}} = 19.5 \text{ kN/m}^3$$

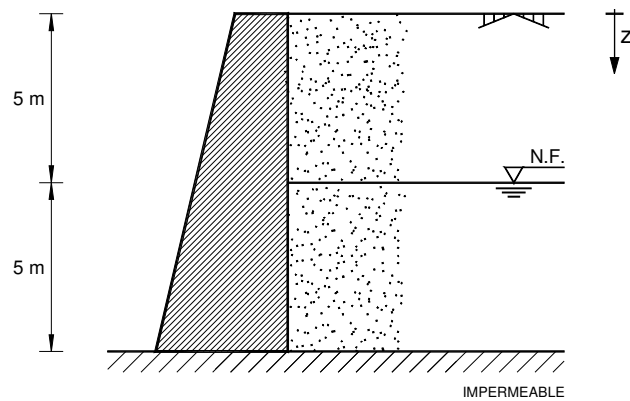


Figura 6.1

SOLUCIÓN

Aplicando la teoría de Rankine, la distribución de empujes activos en un muro de trasdós vertical y terreno horizontal en coronación viene dada por la siguiente expresión:

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a - 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a} \quad (1)$$

siendo e'_a y σ'_v el empuje unitario activo efectivo y la presión efectiva vertical a una profundidad z , respectivamente, y k_a el coeficiente de empuje activo. Se hace pues necesario determinar la distribución de presiones efectivas verticales.

Adoptando el origen del eje z en la coronación (figura 6.1), se tiene:

$$\underline{0 \leq z \leq 5}$$

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \gamma \cdot z = 18 \cdot z \quad \text{kN/m}^2 \\ u &= 0 \quad (\text{Se supone que no existe capilaridad}) \\ \sigma'_v &= \sigma_v - u = 18 \cdot z \quad \text{kN/m}^2 \end{aligned}$$

$$\underline{5 \leq z \leq 10}$$

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \gamma \cdot 5 + \gamma_{\text{sat}} (z - 5) = 19'5 \cdot z - 7'5 \quad \text{kN/m}^2 \\ u &= \gamma_w \cdot (z - 5) = 10 \cdot (z - 5) \quad \text{kN/m}^2 \\ \sigma'_v &= \sigma_v - u = 9'5 \cdot z + 42'5 \quad \text{kN/m}^2 \end{aligned}$$

El coeficiente de empuje activo viene dado por:

$$k_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \sin 28^\circ}{1 + \sin 28^\circ} = 0'361$$

Así pues, y a partir de la expresión (1), se obtiene la siguiente distribución de empujes activos efectivos:

$$\underline{0 \leq z \leq 5}$$

$$e'_a = 0'361 \cdot 18 \cdot z = 6'498 \cdot z \quad \text{kN/m}^2$$

$$z = 0 \quad \rightarrow \quad e'_a = 0$$

$$z = 5 \quad \rightarrow \quad e'_a = 32'49 \quad \text{kN/m}^2$$

$$\underline{5 \leq z \leq 10}$$

$$e'_a = 0'361 \cdot (9'5 \cdot z + 42'5) = 3'43 \cdot z + 15'34 \quad \text{kN/m}^2$$

$$z = 5 \quad \rightarrow \quad e'_a = 32'49 \quad \text{kN/m}^2$$

$$z = 10 \quad \rightarrow \quad e'_a = 49'64 \quad \text{kN/m}^2$$

Además de los empujes efectivos, sobre el muro actuará el empuje del agua, cuya distribución es:

$$\underline{0 \leq z \leq 5}$$

$$u = 0$$

$$\underline{5 \leq z \leq 10}$$

$$u = 10 \cdot (z - 5)$$

$$\text{Para } z = 10 \quad \rightarrow \quad u = 50 \quad \text{kN/m}^2$$

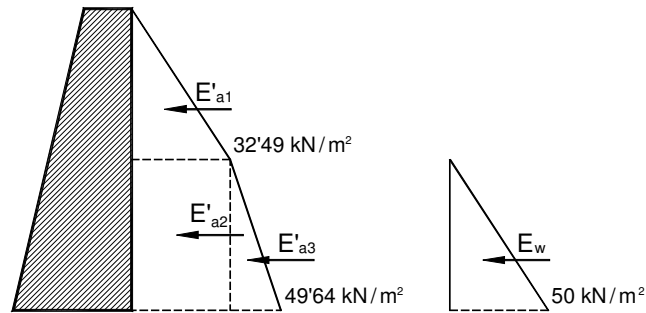


Figura 6.2

En la figura 6.2 se han representado las leyes de empujes unitarios activos efectivos y del agua.

La resultante de empujes totales sobre el muro será:

$$E = E'_a + E_w$$

siendo E'_a y E_w las resultantes del empuje activo efectivo y del empuje del agua.

Por comodidad en los cálculos, se hace la siguiente descomposición:

$$E'_a = E'_{a1} + E'_{a2} + E'_{a3}$$

siendo:

$$\begin{aligned} E'_{a1} &= 0'5 \cdot 32'49 \cdot 5 = 81'23 \text{ kN/m} \\ E'_{a2} &= 5 \cdot 32'49 = 162'45 \text{ kN/m} \\ E'_{a3} &= 0'5 \cdot 5 \cdot (49'64 - 32'49) = 42'88 \text{ kN/m} \\ E_w &= 0'5 \cdot 5 \cdot 50 = 125 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

En consecuencia el empuje total sobre el muro es:

$$E = 411'56 \text{ kN/m}$$

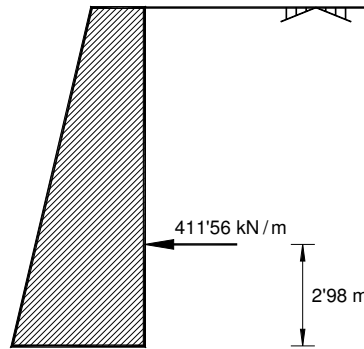


Figura 6.3

El punto de aplicación de la resultante $\bar{h}$ (figura 6.3) se obtiene tomando momentos con respecto a la base del muro:

$$\bar{h} = \frac{E'_{a1} \cdot \left(5 + \frac{5}{3}\right) + E'_{a2} \cdot \frac{5}{2} + E'_{a3} \cdot \frac{5}{3} + E_w \cdot \frac{5}{3}}{411'56} = 2'98\text{m}$$

$$\begin{aligned} E &= 411'56 \text{ kN/m} \\ \bar{h} &= 2'98\text{m} \end{aligned}$$

PROBLEMA 6.2

Aplicando el método de Rankine, determinar en el muro indicado en la figura 6.4 la resultante de los empujes y su punto de aplicación.

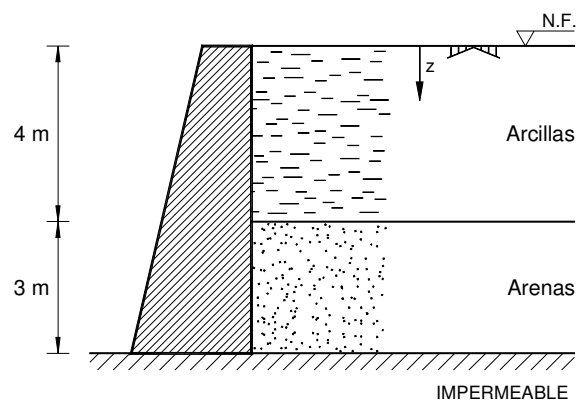


Figura 6.4

Las características geotécnicas del terreno son:

Terreno	ϕ' ($^{\circ}$)	c' (kN / m^2)	γ_{sat} (kN / m^3)
Arcillas	28	10	20
Arenas	35	0	22

SOLUCIÓN

Como se ha indicado en el problema 6.1, la aplicación del método de Rankine al cálculo de los empujes efectivos en un muro de trasdós vertical y terreno horizontal en coronación exige la determinación previa de la distribución de presiones efectivas verticales existente en dicho trasdós.

Estando el agua en reposo, la distribución de presiones intersticiales será la hidrostática.

Con el método de Rankine, los empujes efectivos unitarios se obtienen a partir de la siguiente expresión:

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a - 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a}$$

siendo k_a el coeficiente de empuje activo y c' la cohesión efectiva.

Adoptando el origen del eje z en la coronación del muro (figura 6.4), se tienen las siguientes distribuciones:

$$\underline{0 \leq z \leq 4}$$

(Nivel superior de arcillas)

$$\sigma_v = \gamma_{\text{sat}}^{\text{arcilla}} \cdot z = 20z \text{ kN/m}^2$$

$$u = \gamma_w \cdot z = 10z \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 20z - 10z = 10z \text{ kN/m}^2$$

$$k_a = \frac{1 - \sin \phi'_{\text{arcilla}}}{1 + \sin \phi'_{\text{arcilla}}} = \frac{1 - \sin 28^\circ}{1 + \sin 28^\circ} = 0'361$$

$$e'_a = 0'361 \cdot 10z - 2 \cdot 10 \cdot \sqrt{0'361} = 3'61 \cdot z - 12'02 \text{ kN/m}^2$$

Si se analiza la última expresión, puede comprobarse que la distribución de empujes es negativa (tracciones) desde la coronación hasta una cierta profundidad z_g . En esta zona, teóricamente, el terreno rompe a tracción, dando lugar a la aparición de *grietas de tracción* y los empujes efectivos son nulos.

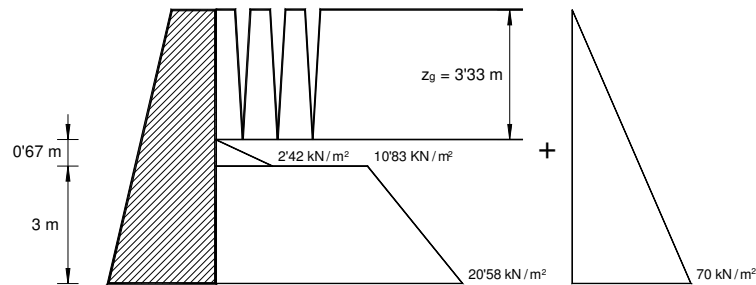


Figura 6.5

La profundidad z_g es aquella en donde $e'_a = 0$, es decir:

$$3'61 \cdot z_g - 12'02 = 0$$

$$z_g = \frac{12'02}{3'61} = 3'33 \text{ m}$$

La distribución de empujes efectivos es lineal y tiene los siguientes valores:

$$\begin{aligned} z = 3'33 \text{ m} & \quad e'_a = 0 \\ z = 4 \text{ m} & \quad e'_a = 3'61 \cdot 4 - 12'02 = 2'42 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

$$\underline{4 \leq z \leq 7}$$

(Nivel de arenas)

$$\sigma_v = \gamma_{\text{sat}}^{\text{arcilla}} \cdot 4 + \gamma_{\text{sat}}^{\text{arena}} \cdot (z - 4) = 20 \times 4 + 22 (z - 4) = 22z - 8 \quad \text{kN/m}^2$$

$$u = \gamma_w \cdot z = 10z \quad \text{kN/m}^2$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 12z - 8 \quad \text{kN/m}^2$$

$$k_a = \frac{1 - \sin \phi'_{\text{arena}}}{1 + \sin \phi'_{\text{arena}}} = \frac{1 - \sin 35^\circ}{1 + \sin 35^\circ} = 0'271$$

y como $c' = 0$

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a = 0'271 \cdot (12z - 8) = 3'25z - 2'17 \quad \text{kN/m}^2$$

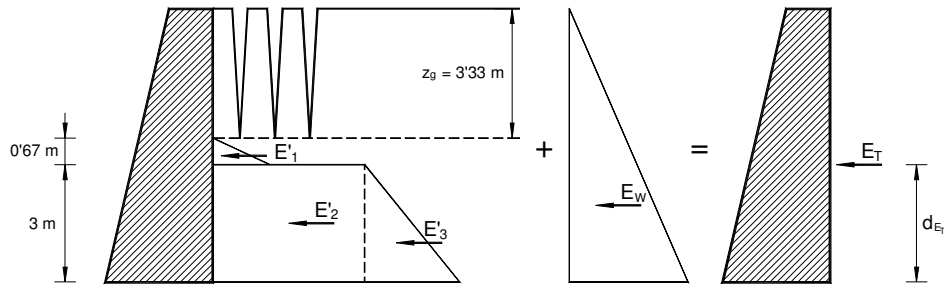


Figura 6.6

Esta distribución es también lineal y adopta los siguientes valores:

$$\begin{aligned} z = 4 \text{ m} & \quad e'_a = 3'25 \times 4 - 2'17 = 10'83 \text{ kN/m}^2 \\ z = 7 \text{ m} & \quad e'_a = 3'25 \times 7 - 2'17 = 20'58 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

En la figura 6.5 se representan las distribuciones de empujes activos efectivos unitarios y del agua sobre el muro.

Como se puede observar, la presencia de dos terrenos diferentes produce una discontinuidad en la distribución de empujes activos efectivos unitarios.

Por comodidad, para el cálculo de la resultante de los empujes sobre el muro se realiza la descomposición indicada en la figura 6.6.

Como:

$$\begin{aligned} E'_1 &= \frac{1}{2} \cdot 2'42 \cdot 0'67 = 0'81 \text{ kN/m} \\ E'_2 &= 3 \cdot 10'83 = 32'49 \text{ kN/m} \\ E'_3 &= \frac{1}{2} \cdot (20'58 - 10'83) \cdot 3 = 14'63 \text{ kN/m} \\ E'_w &= \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 7 = 245 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

la resultante total de empujes vale:

$$E_T = E'_a + E'_w = E'_1 + E'_2 + E'_3 + E'_w = 292'93 \text{ kN/m}$$

Su punto de aplicación se puede obtener tomando momentos estáticos respecto a la base del muro. Si dE_T es la distancia de dicha resultante a la base, entonces:

$$E_T \cdot dE_T = 0'81 \cdot \left(3 + \frac{0'67}{3} \right) + 32'49 \cdot \frac{3}{2} + 14'63 \cdot \frac{3}{3} + 245 \cdot \frac{7}{3}$$

de donde:

$$dE_T = 2'18 \text{ m}$$

$$E_T = E'_a + E_\omega = 292'93 \text{ kN / m}$$
$$dE_T = 2'18 \text{ m}$$

PROBLEMA 6.3

Calcular por el método de Rankine la distribución de empujes activos actuantes en el trasdós del muro indicado en la figura 6.7. El terreno tiene las siguientes propiedades:

$$\phi' = 22^\circ ; c' = 20 \text{ kN/m}^2 ; \gamma = 18.5 \text{ kN/m}^3$$

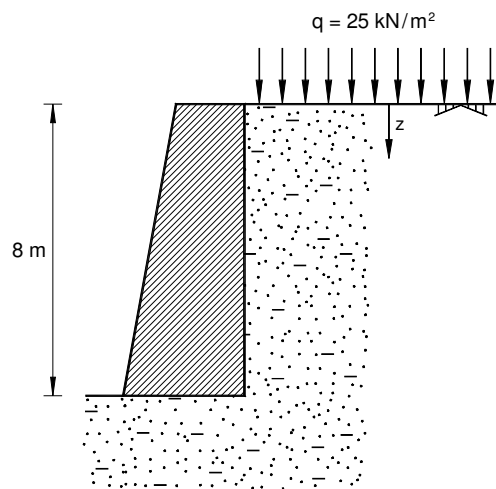
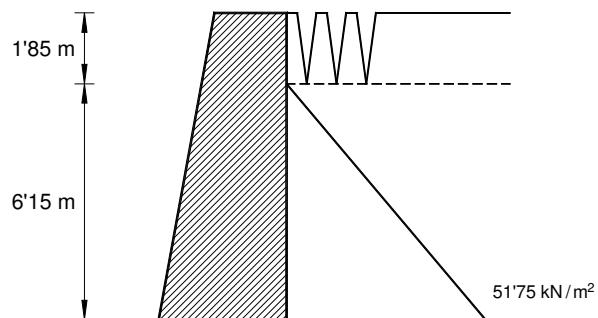


Figura 6.7

Solución:



PROBLEMA 6.4

Aplicando el método de Rankine, calcular la resultante de los empujes en el trasdós del muro indicado en la figura 6.8, cuya coronación se mantiene inundada con una lámina de agua de 1 m.

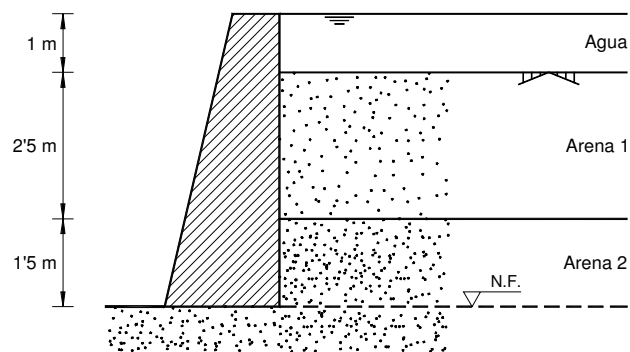


Figura 6.8

Las características geotécnicas del terreno son:

Terreno	ϕ' ($^{\circ}$)	γ_{sat} (kN/m^3)	k (m/s)
Arena 1	28	21	$5 \cdot 10^{-2}$
Arena 2	32	22	$8 \cdot 10^{-2}$

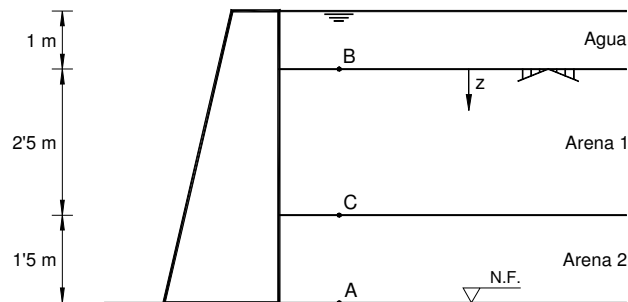


Figura 6.9

SOLUCIÓN

Al igual que en los problemas anteriores, la aplicación del método de Rankine al cálculo de los empujes efectivos exige en principio la determinación de la distribución de presiones efectivas verticales en el trasdós.

Dadas las condiciones impuestas en el problema, a priori, debe sospecharse la existencia de un flujo de agua y ello es posible si existe una diferencia de potencial hidráulico.

Si se toma el eje z en la superficie del terreno (figura 6.9), los potenciales en los puntos **A** y **B** son:

$$h_A = -z_A + \frac{u_A}{\gamma_w} = -4 + 0 = -4 \text{ m}$$

$$h_B = -z_B + \frac{u_B}{\gamma_w} = 0 + 1 = 1 \text{ m}$$

Hay pues una diferencia de potencial hidráulico y consecuentemente, existe un flujo de agua, que en este caso es vertical y hacia abajo, y a través de un terreno estratificado.

Para el cálculo de las presiones intersticiales se hace necesario determinar los gradientes existentes en cada estrato, y ello se realiza de la misma forma que en el problema 2.8.

La permeabilidad equivalente vertical es:

$$k_v = \frac{\sum_{i=1}^2 e_i}{\sum_{i=1}^2 \frac{e_i}{k_i}} = \frac{1'5 + 2'5}{\frac{2'5}{5 \cdot 10^{-2}} + \frac{1'5}{8 \cdot 10^{-2}}} = 5'82 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

y el gradiente existente entre los puntos **A** y **B** vale:

$$i = \frac{\Delta h_{AB}}{L_{AB}} = \frac{5}{4} = 1'25$$

Como debe verificarse por continuidad que:

$$k_v \cdot i = k_1 \cdot i_1 = k_2 \cdot i_2$$

los gradientes que resultan son:

$$i_1 = \frac{5'82 \cdot 10^{-2} \cdot 1'25}{5 \cdot 10^{-2}} = 1'455$$

$$i_2 = \frac{5'82 \cdot 10^{-2} \cdot 1'25}{8 \cdot 10^{-2}} = 0'909$$

Ahora ya se puede proceder a calcular las presiones efectivas y los empujes.

En un punto **Z** situado a una profundidad **z**, se tiene:

$$\underline{0 \leq z \leq 2'5}$$

(arena 1)

$$\sigma_v = 10 + 21 z \text{ kN/m}^2$$

$$h_z = -z + \frac{u}{\gamma_w} = h_B - \Delta h_{BZ} = 1 - i_1 \cdot z = 1 - 1'455 z$$

$$u = (1 - 0'455 z) \cdot 10 = 10 - 4'55 z \text{ kN/m}^2$$

$$u = 0 \text{ para } z = 2'2 \text{ m}$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 21 z + 10 - 10 + 4'55 z = 25'55 z \text{ kN/m}^2$$

$$k_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \frac{1 - \sin 28^\circ}{1 + \sin 28^\circ} = 0'361$$

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a - 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a}$$

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a = 25'55 z \cdot 0'361 = 9'22 z \text{ kN/m}^2$$

$$z = 0 \quad \rightarrow \quad e'_a = 0$$

$$z = 2'5 \quad \rightarrow \quad e'_a = 23'05 \text{ kN/m}^2$$

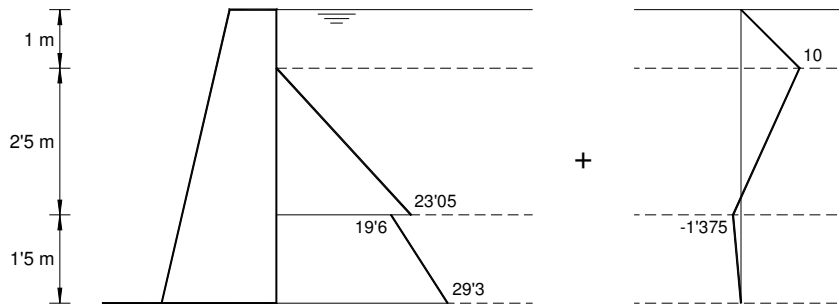


Figura 6.10

$$\underline{2'5 \leq z \leq 4}$$

(arena 2)

$$\sigma_v = 10 \cdot 1 + 2'5 \cdot 21 + (z - 2'5) \cdot 22 = 22z + 7'5 \text{ kN/m}^2$$

$$h_z = -z + \frac{u}{\gamma_w} = h_B - \Delta h_{BZ} = 1 - [2'5 \cdot i_1 + (z - 2'5) \cdot i_2] = -0'909z - 0'365$$

$$u = 0'91z - 3'65 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u_z = 21'09z + 11'15 \text{ kN/m}^2$$

$$k_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \frac{1 - \sin 32^\circ}{1 + \sin 32^\circ} = 0'307$$

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a = (21'09z + 11'15) \cdot 0'307 = 6'47z + 3'42 \text{ kN/m}^2$$

$$\begin{array}{ll} z = 2'5 & \rightarrow e'_a = 19'6 \text{ kN/m}^2 \\ z = 4 & \rightarrow e'_a = 29'3 \text{ kN/m}^2 \end{array}$$

En la figura 6.10 se han representado las distribuciones de empujes activos unitarios y del agua.

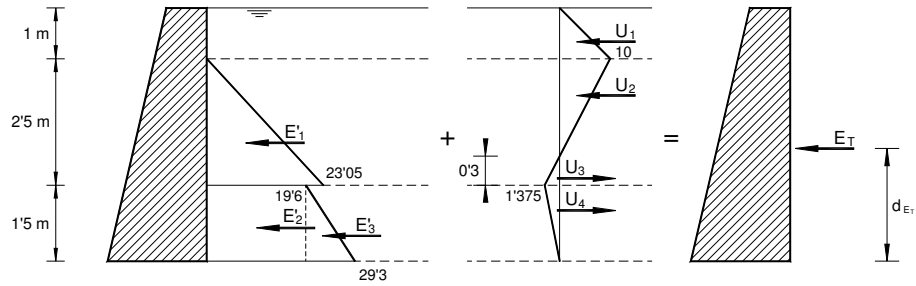


Figura 6.11

Por comodidad y para obtener la resultante de los empujes sobre el muro y su punto de aplicación, se ha realizado la descomposición indicado en la figura 6.11.

El empuje total sobre el muro será:

$$E_T = E'_a + E_\omega$$

con :

$$E'_a = E'_1 + E'_2 + E'_3$$

$$E_\omega = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

y siendo:

$$E'_1 = \frac{1}{2} \cdot 23'05 \cdot 2'5 = 28'81 \text{ kN/m}$$

$$E'_2 = 19'60 \cdot 1'5 = 29'4 \text{ kN/m}$$

$$E'_3 = \frac{1}{2} \cdot (29'3 - 19'6) \cdot 1'5 = 7'28 \text{ kN/m}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1 = 5 \text{ kN/m}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \cdot 2'2 \cdot 10 = 11 \text{ kN/m}$$

$$U_3 = \frac{1}{2} \cdot 0'3 \cdot (-1'375) = -0'21 \text{ kN/m}$$

$$U_4 = \frac{1}{2} \cdot (-1'375) \cdot 1'5 = -1'03 \text{ kN/m}$$

entonces:

$$E_T = E'_a + E_w = 65'47 + 14'77 = 80'25 \text{ kN/m}$$

Tomando ahora momentos estáticos respecto a la base del muro, se obtiene que la distancia a la línea de acción de la resultante es:

$$dE_T = 1'86 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} E_T &= E'_a + E_w = 80'25 \text{ kN/m} \\ dE_T &= 1'86 \text{ m} \end{aligned}$$

PROBLEMA 6.5

En el terreno indicado en la figura 6.12, se pretende realizar una excavación de 4 m de profundidad al abrigo de tablestacas, actuando en superficie una sobrecarga de $10 \text{ kN} / \text{m}^2$. Se pide determinar la profundidad de empotramiento d de las tablestacas:

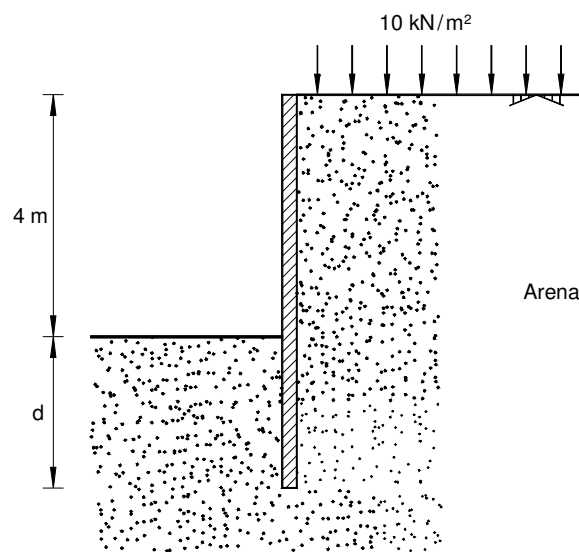


Figura 6.12

- a) Sin apuntalamientos.
- b) Con puntales en coronación. En este caso se determinará la carga P en los puntales.

En ambos casos, se adoptará un coeficiente de reducción de 1'5 para los empujes pasivos.

Las propiedades geotécnicas de la arena son:

$$\phi' = 35^\circ; \gamma = 21 \text{ kN} / \text{m}^3$$

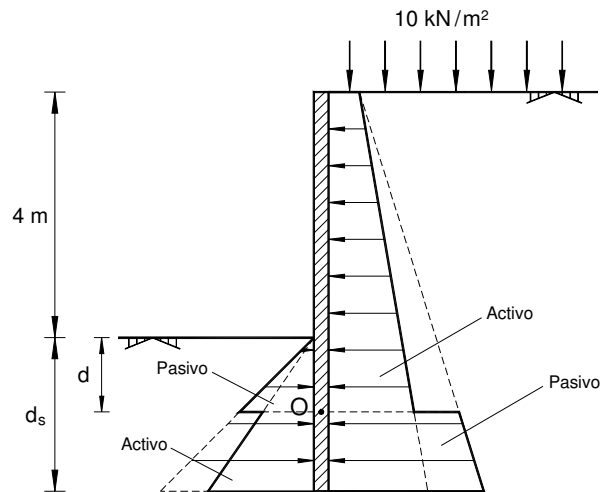


Figura 6.13

SOLUCIÓN

a) Profundidad de empotramiento de las tablestacas en voladizo

Se supone que cuando el tablestacado entra en carga, gira alrededor del punto O , movilizándose los empujes activos y pasivos cuyas distribuciones se muestran en la figura 6.13. Por encima del punto O , en el trasdós se movilizan empujes activos mientras que en el intradós son pasivos los empujes movinizados.

Se trata de un problema hiperestático, cuya resolución requiere realizar una hipótesis.

Si se cortara el tablestacado por el punto O , sea R ("contraempuje") la acción horizontal de la parte inferior y V la vertical (figura 6.14).

Usualmente, se supone que el momento flector en el punto O es nulo. Puesto que R no proporciona momento, ello permite escribir una ecuación en la que la única incógnita es d . El empotramiento real d_s se admite en la práctica que es $1.2 d$.

El cálculo de los empujes se realiza aplicando el método de Rankine.

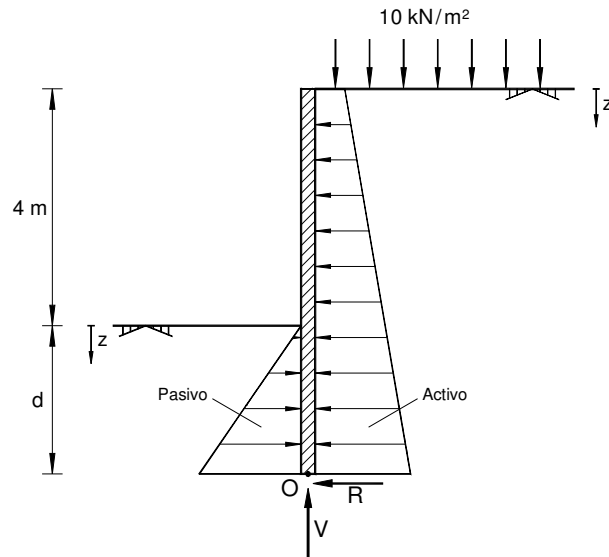


Figura 6.14

Empujes en el trasdós

Se toma el origen del eje z en la superficie del terreno (figura 6.14):

$$0 \leq z \leq 4 + d$$

$$\sigma_v = \gamma \cdot z + q = 21z + 10 \quad \text{kN/m}^2$$

$$u = 0$$

$$\sigma'_v = 21z + 10 \quad \text{kN/m}^2$$

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a - 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a}$$

$$k_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \frac{1 - \sin 35^\circ}{1 + \sin 35^\circ} = 0.27$$

$$e'_a = (21z + 10) \cdot 0.27 = 5.67z + 2.7 \quad \text{kN/m}^2$$

para

$$z = 0 \quad \rightarrow \quad e'_a = 2.7 \quad \text{kN/m}^2$$

$$z = 4 + d \quad \rightarrow \quad e'_a = 5.67(4 + d) + 2.7 = 25.38 + 5.67 \cdot d \quad \text{kN/m}^2$$

Empujes en el intradós

Tomando ahora el origen del eje **z** en el fondo de la excavación (figura 6.14), se tiene:

$$\underline{0 \leq z \leq d}$$

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \gamma \cdot z = 21z \text{ kN/m}^2 \\ u &= 0 \\ \sigma'_v &= 21z \text{ kN/m}^2\end{aligned}$$

Según Rankine, los empujes pasivos unitarios en un trasdós vertical vienen dados por:

$$e'_p = \sigma'_v \cdot k_p + 2 \cdot c' \sqrt{k_p}$$

siendo **k_p** el coeficiente de empuje pasivo que se calcula del siguiente modo:

$$k_p = \frac{1 + \operatorname{sen}\phi'}{1 - \operatorname{sen}\phi'} = \frac{1}{k_a} = 3'69$$

Por lo tanto:

$$e'_p = 21z \cdot 3'69 = 77'49z \text{ kN/m}^2$$

para

$$\begin{aligned}z = 0 &\quad \rightarrow \quad e'_p = 0 \\ z = d &\quad \rightarrow \quad e'_p = 77'49d \text{ kN/m}^2\end{aligned}$$

Como en el enunciado se indica un coeficiente reductor para el empuje pasivo de 1'5, en los cálculos debe adoptarse:

$$\begin{aligned}z = 0 &\quad \rightarrow \quad e'_p = 0 \\ z = d &\quad \rightarrow \quad e'_p = 77'49d/1'5 = 51'66d \text{ kN/m}^2\end{aligned}$$

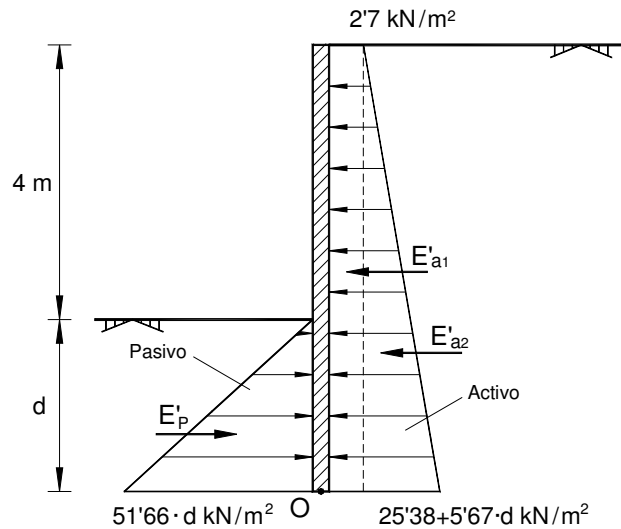


Figura 6.15

En la figura 6.15 se han representado las distribuciones unitarias de empujes activos y pasivos obtenidas y la descomposición que se realiza para el cálculo de las resultantes.

- Empuje activo.

$$\begin{aligned}
 E'_a &= E'_{a1} + E'_{a2} \\
 E'_{a1} &= 2'7 \cdot (4 + d) = 10'8 + 2'7d \quad \text{kN/m} \\
 E'_{a2} &= 0'5 (25'38 + 5'67d - 2'7)(4 + d) = 2'835d^2 + 22'68d + 45'36 \quad \text{kN/m} \\
 E'_a &= 2'835d^2 + 25'38d + 56'16 \quad \text{kN/m}
 \end{aligned}$$

- Empuje pasivo máximo.

$$E'_p = \frac{1}{2} \cdot 77'49 \cdot d \cdot d = 38'75 \cdot d^2 \quad \text{kN/m}$$

Como en el enunciado se indica un coeficiente reductor para el empuje pasivo de 1'5, en los cálculos debe adoptarse:

$$E'_p = \frac{38'75 d^2}{1'5} = 25'83 d^2 \quad \text{kN/m}$$

b) Profundidad de empotramiento para el tablestacado apuntalado en cabeza

En este caso es usual admitir que cuando el tablestacado entra en carga, el giro se produce alrededor del punto de aplicación del puntal (**A**), movilizándose los empujes indicados en la figura 6.16.

Ahora, la ecuación de equilibrio de momentos en **A** permite obtener la profundidad de empotramiento y seguidamente, la ecuación de equilibrio de fuerzas horizontales proporciona la fuerza **P** en el puntal.

Las distribuciones de empujes son las mismas que en el caso anterior si se sustituye **d** por **d_s** (figura 6.17).

Estableciendo el equilibrio de momentos en **A**:

$$(10'8 + 2'7d_s) \cdot \frac{(4 + d_s)}{2} + (2'835d_s^2 + 22'68d_s + 45'36) \cdot \frac{2}{3}(4 + d_s) - 25'83d_s^2 \cdot (4 + \frac{2}{3}d_s) = 0$$

ecuación cúbica que resuelta proporciona el siguiente valor:

$$d_s \sim 1'74 \text{ m}$$

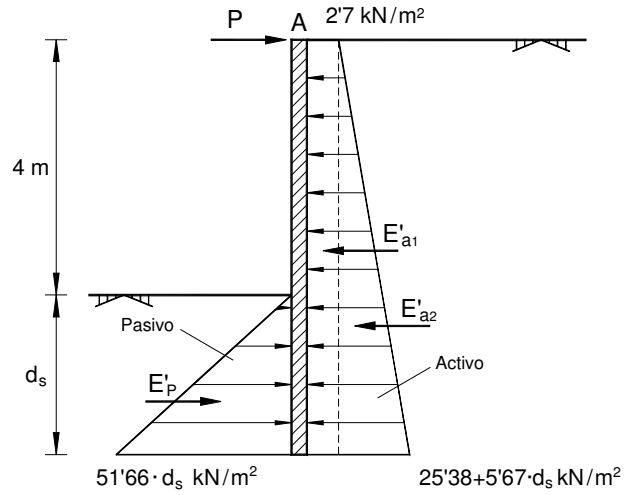


Figura 6.17

El equilibrio de fuerzas horizontales impone que:

$$P = E'_a - E'_p = 2'835d_s^2 + 25'38d_s + 56'16 - 25'83d_s^2$$

que proporciona el siguiente resultado:

$$P = 30'70 \text{ kN/m}$$

Como se puede observar, la colocación de un apuntalamiento en coronación reduce la profundidad de empotramiento de 4'91 m a 1'74 m.

PROBLEMA 6.6

Determinar el ancho de la cimentación del muro indicado en la figura 6.18 para cumplir las condiciones de estabilidad al vuelco, al deslizamiento y del paso de la resultante por el núcleo central.

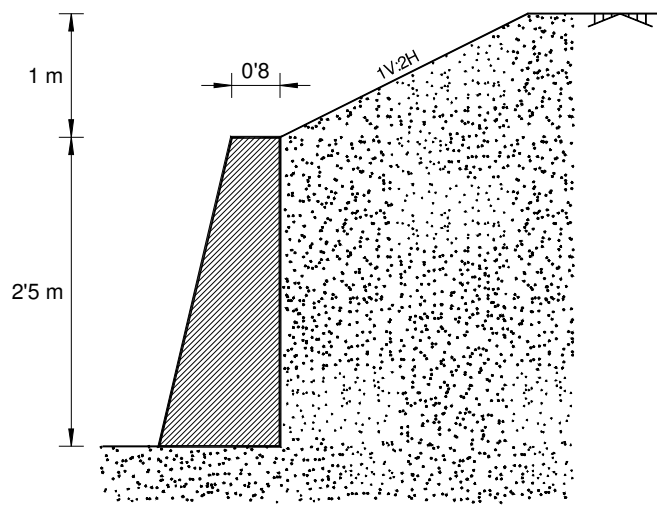


Figura 6.18

Se adoptarán los siguientes valores para los coeficientes de seguridad:

$$\begin{aligned} \text{Vuelco } (F_v) &= 2.0 \\ \text{Deslizamiento } (F_d) &= 1.5. \end{aligned}$$

Las características geotécnicas del terreno son:

$$\phi' = 33^\circ ; \delta = 20^\circ ; c' = 0 ; \gamma = 19 \text{ kN/m}^3$$

Para el hormigón se adoptará un peso específico $\gamma_h = 25 \text{ kN/m}^3$.

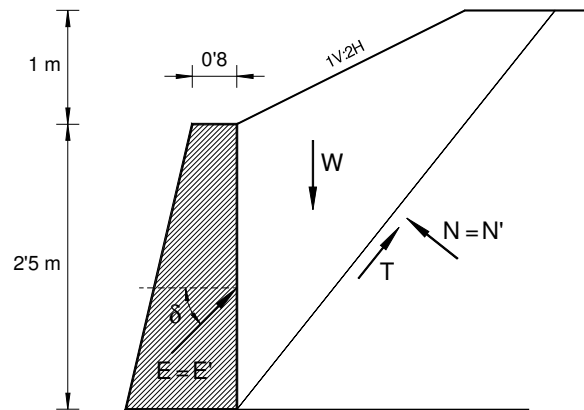


Figura 6.19

SOLUCIÓN

El dimensionamiento de la base de muro requiere conocer las acciones que actúan sobre el mismo, siendo el primer paso la determinación de los empujes del terreno.

a) Cálculo de los empujes

El problema impone un valor del coeficiente de rozamiento muro-terreno (δ). En consecuencia, se aplicará para el cálculo de los empujes de tierras el método de Coulomb ya que el de Rankine no es válido.

El método de Coulomb para la estimación del empuje activo se basa en establecer el equilibrio de una cuña de empuje que desliza sobre un plano, debiéndose buscar el plano de rotura que proporciona el empuje máximo.

Sea un plano de deslizamiento cualquiera definido por su inclinación α respecto a la horizontal. Sobre la cuña así delimitada actúan las fuerzas indicadas en la figura 6.19.

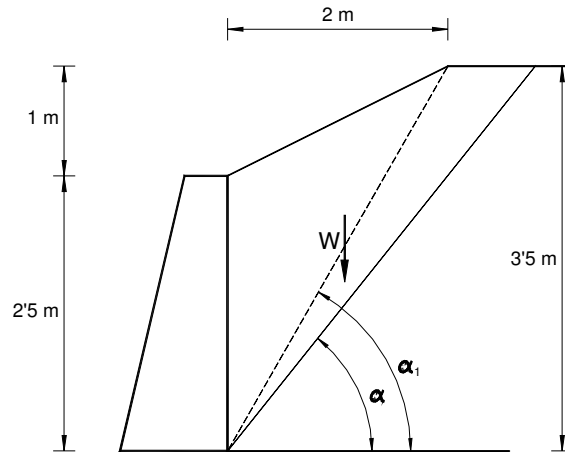


Figura 6.20

Puesto que no hay agua, las reacciones normales efectiva (**N'**) y total (**N**) en el plano de deslizamiento son iguales, así como las resultantes del empuje activo efectivo (**E'**) y total (**E**).

En el cálculo del peso **W**, deben distinguirse dos casos, dependiendo del valor del ángulo α :

- **Caso 1:** $0 \leq \alpha \leq \alpha_1 = 60'26''$ (figura 6.20)

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3'5^2}{\tan \alpha} - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{6'13}{\tan \alpha} - 1$$

$$W = 19 \cdot \text{área} = \frac{116'47}{\tan \alpha} - 19 \text{ kN/m}$$

- **Caso 2 :** $60'26'' \leq \alpha \leq 90''$ (figura 6.21)

$$\tan \alpha = \frac{2'5 + x}{2 \cdot x} \longrightarrow x = \frac{2'5}{2 \tan \alpha - 1}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 2'5 \cdot 2 \cdot x = \frac{118'75}{2 \tan \alpha - 1}$$

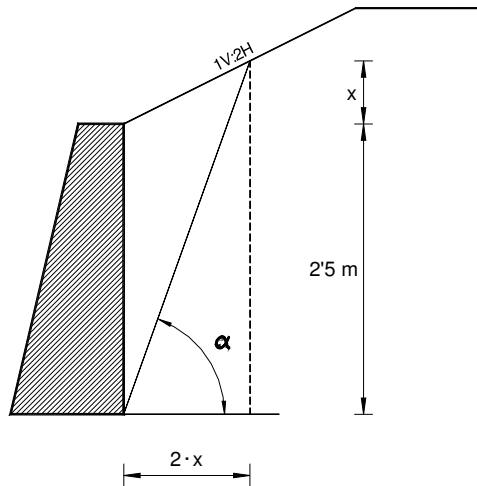


Figura 6.21

La resultante de los empujes está inclinada un ángulo δ respecto a la normal al trasdós y puede descomponerse en sus componentes horizontal y vertical (figura 6.22):

$$E'_x = E' \cos 20^\circ \quad (1)$$

$$E'_y = E' \sin 20^\circ \quad (2)$$

En el plano de deslizamiento actúan la resultante de las tensiones normales (N') y la resultante de la máxima resistencia a esfuerzo cortante (T) que puede movilizarse en ese plano:

$$T = N' \tan 33^\circ \quad (3)$$

Con ello, el equilibrio fuerzas verticales se escribe:

$$W - N' \cos \alpha - T \sin \alpha - E'_y = 0 \quad (4)$$

y el de fuerzas horizontales como:

$$E'_x + T \cdot \cos \alpha - N' \cdot \sin \alpha = 0 \quad (5)$$

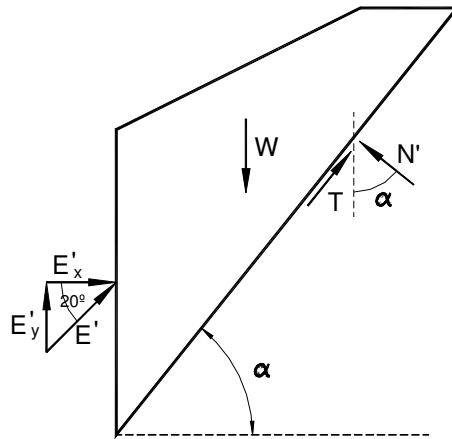


Figura 6.22

Sustituyendo (1) en (5), (2) en (4), (3) en (4) y en (5), despejando N' de (4) y sustituyendo en (5), se obtiene el empuje E' en función de α , determinándose su valor máximo igualando a cero la derivada respecto a α , que resulta ser:

$$E' = 23'50 \text{ kN/m}$$

para

$$\alpha = 54^\circ$$

Es importante señalar, que el punto de aplicación de la resultante de los empujes de tierras sobre el muro no queda definida cuando se utiliza el método de Coulomb. En este problema se aceptará la aproximación de situar la resultante a un tercio de la altura del muro desde la cimentación.

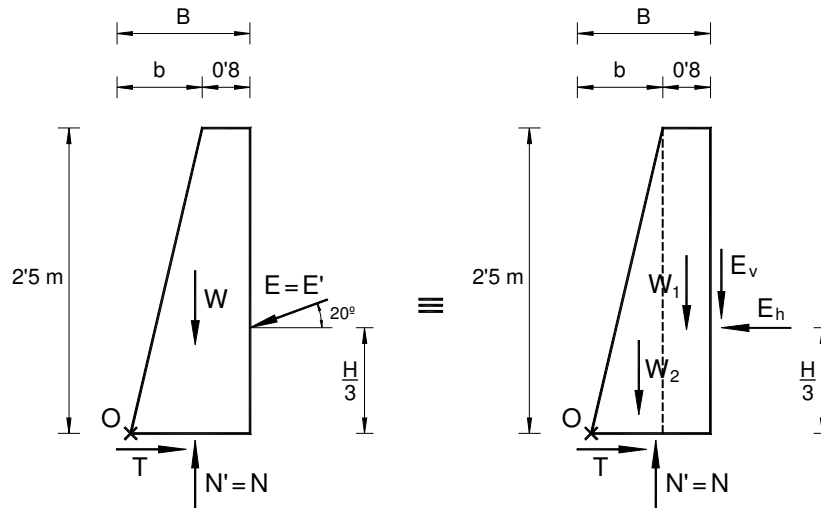


Figura 6.23

b) Cálculo de las acciones sobre el muro

El muro debe ser dimensionado para que sea estable frente a las acciones que ha de soportar.

Las fuerzas actuantes sobre el muro son las siguientes (figura 6.23):

- W:** Peso del muro.
- E:** Resultante de los empujes en el trasdós del muro.
- T:** Resultante de la resistencia a deslizamiento desarrollada en la cimentación del muro.
- N':** Resultante de las presiones efectivas normales en la cimentación del muro.

Por comodidad en los cálculos, el peso del muro se descompone del siguiente modo:

$$W_1 = 25 \cdot 0'8 \cdot 2'5 = 50 \quad \text{kN/m}$$

$$W_2 = 25 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2'5 \cdot b = 31'25 b \quad \text{kN/m}$$

Y las resultante de los empujes en sus componentes horizontal y vertical:

$$\begin{aligned} E_h &= E \cdot \cos \delta = 23'5 \cdot \cos 20^\circ = 22'08 \text{ kN/m} \\ E_v &= E \cdot \sin \delta = 23'5 \cdot \sin 20^\circ = 8'04 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

El equilibrio de fuerzas horizontales exige:

$$T = E_h \quad \rightarrow \quad T = 22'08 \text{ kN/m}$$

Y el equilibrio de fuerzas verticales se escribe :

$$N' = W_1 + W_2 + E_v = 50 + 31'25 \cdot b + 8'04 = 58'04 + 31'25 \cdot b \text{ kN/m}$$

c) Comprobación de la seguridad al vuelco

El coeficiente de seguridad frente al vuelco se define como el cociente entre la suma de los momentos estabilizadores y la suma de los momentos volcadores:

$$F_v = \frac{\sum M_{\text{est}}}{\sum M_{\text{vol}}}$$

Los momentos deben ser tomados respecto del punto **O** (figura 6.23).

Para la diferenciación entre momentos volcadores y momentos estabilizadores se adoptará como criterio el contemplado en la ROM 0.5 – 94 que dice:

“Cada acción individual será descompuesta en dos direcciones una vertical y otra horizontal. Se considerarán como fuerzas estabilizadoras todas las componentes verticales de las acciones, ya sea su momento de uno u otro signo (la subpresión, por ejemplo, sería una fuerza estabilizadora negativa). El posible empuje pasivo que se pueda oponer al vuelco, también será contabilizado como estabilizador. El resto de las componentes horizontales se contabilizarán, con su signo correspondiente, en el cálculo de la suma de los momentos volcadores”.

Si el coeficiente de seguridad debe ser igual a 2, con este criterio deberá verificarse:

$$F_v = \frac{W_1 \cdot (b + 0'4) + W_2 \cdot \frac{2}{3} b + E_v \cdot (b + 0'8)}{E_h \cdot \frac{2'5}{3}} = 2$$

Sustituyendo los valores obtenidos anteriormente y resolviendo la ecuación, se obtiene un valor de $b = 0'17$ m.

d) Comprobación de la seguridad al deslizamiento

No existiendo empujes del terreno en la puntera, el coeficiente de seguridad al deslizamiento se expresa como:

$$F_d = \frac{T_{\max}}{T_{\text{nec}}}$$

$T_{\max}$ es la resultante de la máxima resistencia a deslizamiento que ofrece el cimiento:

$$T_{\max} = c_a \cdot B' + N' \cdot \text{tg } \delta$$

siendo c_a la adherencia entre el cimiento y el terreno (nula si lo es la cohesión del terreno) y B' el ancho eficaz de la cimentación. Así pues:

$$T_{\max} = (58'04 + 31'25 b) \cdot \text{tg } 20^\circ \text{ kN/m}$$

T_{nec} es la resultante de la resistencia a deslizamiento que debe movilizarse para que haya equilibrio:

$$T_{\text{nec}} = E'_h = 22'08 \text{ kN/m}$$

Para tener un coeficiente de seguridad frente al deslizamiento de 1'5, se debe verificar que:

$$F_d = \frac{(58'04 + 31'25b) \cdot \operatorname{tg} 20^\circ}{22'08} = 1'5$$

Esta ecuación resuelta proporciona un valor de $b = 1'05$ m que es más restrictivo que el valor deducido para la condición de vuelco. Se adoptará pues:

$$B = b + 0'8 = 1'85 \text{ m .}$$

e) Comprobación de paso de la resultante por el núcleo central del cimiento

Para el ancho **B** calculado anteriormente, las fuerzas que actúan por encima del cimiento del muro son:

$$\begin{aligned} W_1 &= 50 \quad \text{kN/m} \\ W_2 &= 32'81 \quad \text{kN/m} \\ E_h &= 22'08 \quad \text{kN/m} \\ E_v &= 8'04 \quad \text{kN/m} \end{aligned}$$

Este sistema de fuerzas, figura 6.24, se reduce en el centro de gravedad del cimiento a un momento (**M**), a una fuerza vertical (**N**) y a una fuerza horizontal (**H**):

$$\begin{aligned} N &= 50 + 32'81 + 8'04 = 90'85 \quad \text{kN/m} \\ M &= 50 \cdot 0'52 - 32'81 \cdot 0'22 - 22'08 \cdot 0'83 + 8'04 \cdot 0'92 = 7'85 \quad \text{kN} \cdot \text{m/m} \\ H &= E_h = 22'08 \quad \text{kN/m} \end{aligned}$$

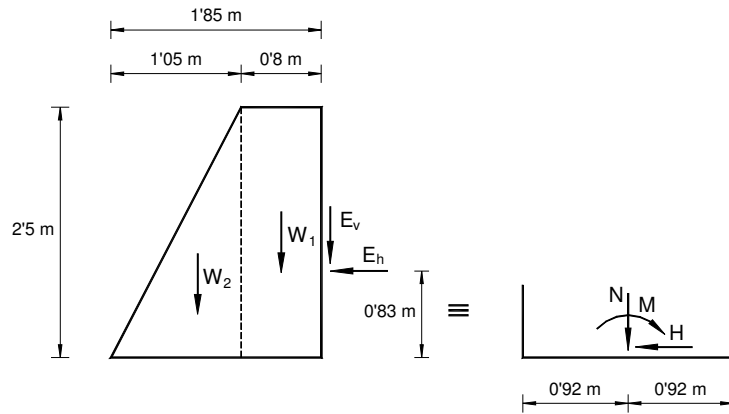


Figura 6.24

Para que la resultante de fuerzas pase por el núcleo central se debe cumplir que la excentricidad sea:

$$e \leq \frac{B}{6} m$$

en este caso:

$$e = \frac{M}{N'} = \frac{7'85}{90'85} = 0'09 m < \frac{B}{6} = \frac{1'85}{6} = 0'31 m ? \text{ cumple}$$

PROBLEMA 6.7

Aplicando el método de Coulomb, calcular la resultante del empuje activo sobre el muro indicado en la figura 6.25.

Las características del terreno son:

$$\phi' = 28^\circ ; \delta = 20^\circ ; c' = 0 ; \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$$

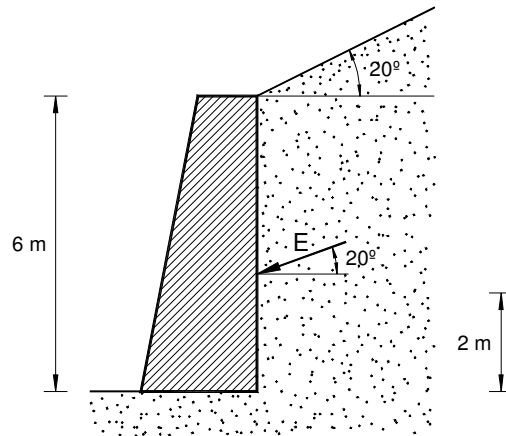


Figura 6.25

Solución: $E = 149 \text{ kN / m}$

PROBLEMA 6.8

Comprobar las condiciones de estabilidad frente al deslizamiento y al vuelco del muro indicado en la figura 6.26.

Las características del terreno son:

Terreno	Pesos específicos (kN/m^3)	ϕ' ($^\circ$)	c' (kN/m^2)
Arcillas	$\gamma = 17$	28	15
Arenas	$\gamma_{\text{sat}} = 21$	35	0

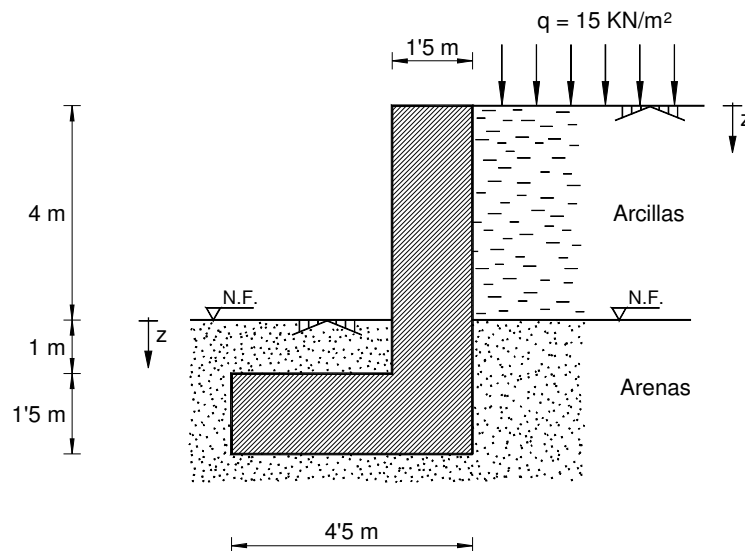


Figura 6.26

En el nivel de arcillas se despreciarán los efectos capilares y para el hormigón se adoptará un peso específico del hormigón $\gamma_H = 25 \text{ kN/m}^3$.

Para los pasivos se considerará un coeficiente de reducción de 1'5.

SOLUCIÓN

a) Cálculo de empujes

Puesto que el problema no impone un rozamiento muro - terreno (δ), se pueden calcular los empujes aplicando el método de Rankine.

Empujes activos en trasdós

Se adopta el origen del eje z en la coronación (figura 6.26).

$$\underline{0 \leq z \leq 4}$$

(Nivel de arcillas)

Si se desprecian los efectos capilares en las arcillas, las presiones intersticiales de cálculo son nulas. Por consiguiente:

$$\sigma_v = \sigma'_v = 17z + 15 \text{ kN/m}^2$$

$$k_a = \frac{1 - \sin 28^\circ}{1 + \sin 28^\circ} = 0.361$$

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a - 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a}$$

$$e'_a = 6.14z - 12.61 \text{ kN/m}^2$$

Puesto que la arcilla presenta cohesión, se debe comprobar la existencia de grietas de tracción y en su caso estimar la profundidad.

Si

$$e'_a = 0 \rightarrow z_g = \frac{12.61}{6.14} = 2.05 \text{ m}$$

Para

$$z = 4 \text{ m} \rightarrow e'_a = 11.95 \text{ kN/m}^2$$

$$\underline{4 \leq z \leq 6'5}$$

(Nivel de arenas)

$$\sigma_v = 83 + (z - 4) 21 = 21z - 1 \quad \text{kN/m}^2$$

$$u = (z - 4) \cdot \gamma_w = 10z - 40 \quad \text{kN/m}^2$$

$$\sigma'_v = 11z + 39 \quad \text{kN/m}^2$$

$$e'_a = \sigma'_v \cdot k_a - 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_a}$$

$$k_a = \frac{1 - \tan^2 35^\circ}{1 + \tan^2 35^\circ} = 0'271$$

$$e'_a = 2'98z + 10'57 \quad \text{kN/m}^2$$

Para

$$z = 4 \text{ m} \quad \rightarrow \quad e'_a = 22'49 \text{ kN/m}^2$$

$$z = 6'5 \text{ m} \quad \rightarrow \quad e'_a = 29'94 \text{ kN/m}^2$$

Empujes pasivos posibles en la puntera

Se adopta el origen del eje z en la superficie del terreno (figura 6.26).

$$\underline{0 \leq z \leq 2'5}$$

$$\sigma_v = 21z \quad \text{kN/m}^2$$

$$u = z \cdot \gamma_w = 10z \quad \text{kN/m}^2$$

$$\sigma'_v = 11z \quad \text{kN/m}^2$$

$$e'_p = \sigma'_v \cdot k_p + 2 \cdot c' \cdot \sqrt{k_p}$$

$$k_p = \frac{1 + \tan^2 35^\circ}{1 - \tan^2 35^\circ} = 3'69$$

$$e'_p = 40'59z \quad \text{kN/m}^2$$

Para

$$z = 0 \text{ m} \quad \rightarrow \quad e'_p = 0$$

$$z = 2'5 \text{ m} \quad \rightarrow \quad e'_p = 101'48 \text{ kN/m}^2$$

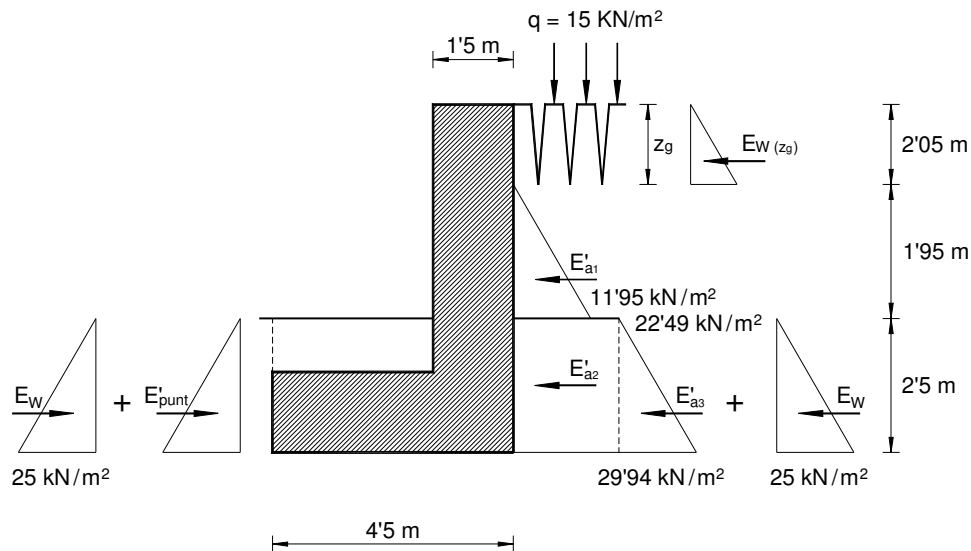


Figura 6.27

En la figura 6.27 se han representado las leyes de empujes.

La resultante del empuje activo efectivo se calcula del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 E'_{a1} &= \frac{1}{2} \cdot 11'95 \cdot 1'95 = 11'65 \text{ kN/m} \\
 E'_{a2} &= 22'49 \cdot 2'5 = 56'22 \text{ kN/m} \\
 E'_{a3} &= \frac{1}{2} \cdot (29'94 - 22'49) \cdot 2'5 = 9'31 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

El empuje efectivo vale pues:

$$E'_{a \text{ (total)}} = 77'18 \text{ kN/m}$$

estando su línea de acción a una distancia $d = 1'49 \text{ m}$ de la base del cimiento del muro.

La resultante del máximo empuje pasivo efectivo vale:

$$E'_p = \frac{1}{2} \cdot 101'48 \cdot 2'5 = 126'85 \text{ kN/m}$$

estando su línea de acción a una distancia $d = 0'83 \text{ m}$ de la base del cimiento del muro.

En cuanto a los empujes del agua deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Existen grietas de tracción, debiéndose considerar que pueden llenarse de agua y consecuentemente suponer un empuje hidrostático:

$$E_{W(zg)} = \frac{1}{2} \cdot z_g^2 \cdot \gamma_w = \frac{1}{2} \cdot 2'05^2 \cdot 10 = 21'01 \text{ kN/m}$$

estando su línea de acción a una distancia $d = 5'13 \text{ m}$ de la base del cimiento.

2. El muro está parcialmente sumergido y en consecuencia, estará sometido al empuje de Arquímedes. Si se considera en la puntera del muro el intradós ficticio indicado en la figura 6.27, los empujes hidrostáticos E_w en el trasdós e intradós son iguales y de sentido contrario, quedando únicamente los empujes hidrostáticos en la base del cimiento ("subpresión"), siendo F_w su resultante de valor:

$$F_w = 25 \text{ kN / m}^2 \cdot 4'5 \text{ m} = 112'5 \text{ kN / m}$$

b) Equilibrio del muro

Además de las resultantes de los empujes, las fuerzas que intervienen en el equilibrio del muro son las siguientes (figura 6.28):

$W_1 + W_2$: peso del muro.

$$W_1 = 1'5 \cdot 5 \cdot 25 = 187'5 \text{ kN / m}$$

$$W_2 = 4'5 \cdot 1'5 \cdot 25 = 168'75 \text{ kN / m}$$

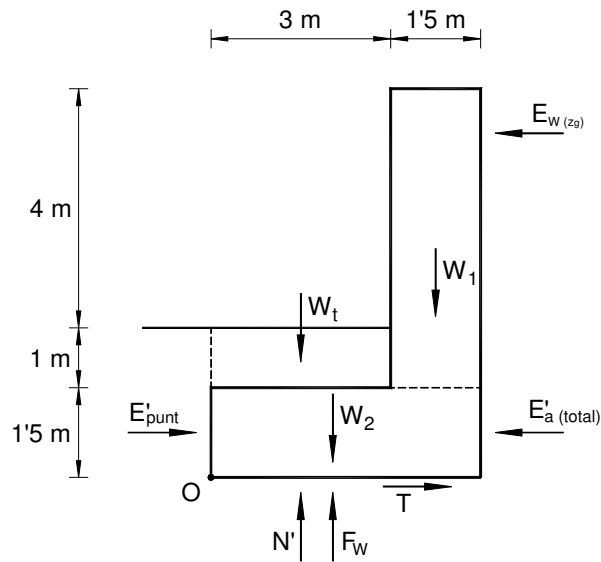


Figura 6.28

W_t : peso del terreno situado por encima de la puntera.

$$W_t = 1 \cdot 3 \cdot 21 = 63 \text{ kN / m}$$

N' : reacción efectiva normal en el cimiento.

T : reacción horizontal necesaria para el equilibrio y movilizada por resistencia a deslizamiento en el contacto terreno-cimiento y cuyo valor máximo es:

$$T_{\text{máx}} = N' \cdot \tan \delta + c_a \cdot B'$$

donde δ y c_a son el ángulo de rozamiento y la adherencia, respectivamente, entre el terreno y el cimiento, y B' el ancho eficaz de la cimentación.

Puesto que en el enunciado no se proporciona un valor de δ , se adopta en el cálculo la estimación $\delta = 2/3 \cdot \phi' = 23'33^\circ$. Por otro lado, si la cohesión del terreno es nula la adherencia también lo es.

Las ecuaciones de equilibrio de fuerzas se escriben:

$$\sum F_v = 0$$

$$N' = W_1 + W_2 + W_t - F_w = 306'75 \text{ kN / m}$$

$$\sum F_h = 0$$

$$T + E'_{\text{punt}} = T_{\text{nec}} = E'_a + E_{w(zg)}$$

E'_{punt} es el empuje efectivo en la puntera, sobre el trasdós ficticio. Debe señalarse que en los cálculos se admite que no se moviliza empuje pasivo si:

$$T < T_{\text{max}} = N' \cdot \text{tg } \delta + c_a \cdot B' = 306'75 \cdot \text{tg } (23'33^\circ) = 132'3 \text{ kN / m}$$

Como en la puntera actuarán como mínimo los empujes al reposo, se tiene que:

$$T = E'_a + E_{w(zg)} - E'_0 = 77'18 + 21'01 - E'_0 = 98'19 - E'_0 \text{ kN / m}$$

siendo E'_0 la resultante de los empujes al reposo sobre el trasdós ficticio de la puntera.

Fácilmente se comprueba que el equilibrio no exige movilizar empujes pasivos.

El coeficiente de empuje al reposo es:

$$k_0 = 1 - \text{sen } \phi' = 1 - \text{sen } 35^\circ = 0'426$$

y la resultante de los empujes efectivos al reposo será:

$$E'_0 = \frac{1}{2} \cdot k_0 \cdot \gamma \cdot 2'5^2 = \frac{1}{2} \cdot 0'426 \cdot 11 \cdot 2'5^2 = 14'64 \text{ kN/m}$$

estando su línea de acción a una distancia de 0'83 m de la base del cimiento.

c) Coeficiente de seguridad al deslizamiento

El coeficiente de seguridad al deslizamiento se define como:

$$F_d = \frac{T_{\text{máx}} + E'_{p(\text{adm})}}{T_{\text{nec}}} > 1'5$$

En esta expresión, si el coeficiente de reducción de pasivos es 1'5, el empuje pasivo admisible en la puntera es:

$$E'_{p(\text{adm})} = \frac{E'_p}{1'5} = \frac{126'85}{1'5} = 84'57 \text{ kN/m}$$

Sustituyendo valores:

$$F_d = \frac{132'3 + 84'57}{98'19} = 2'21 > 1'5 \quad ? \quad \textbf{Válido}$$

d) Coeficiente de seguridad al vuelco

Se sigue el criterio de la ROM 0.5-94. El coeficiente de seguridad se define como:

$$F_v = \frac{\sum M_{\text{est}}}{\sum M_{\text{vol}}}$$

y debe ser superior a 2.

Como el equilibrio no exige la movilización de empujes pasivos, entonces, los momentos respecto al punto **O** (figura 6.28) que resultan son:

$$\begin{aligned}\sum M_{\text{est}} &= W_1 \cdot 3'75 + W_2 \cdot 2'25 + W_t \cdot 1'5 - F_w \cdot 2'25 + E'_0 \cdot 0'83 = \\ &= 187'5 \cdot 3'75 + 168'75 \cdot 2'25 + 63 \cdot 1'5 - 112'5 \cdot 2'25 + 14'64 \cdot 0'83 = \\ &= 936'34 \text{ kN}\cdot\text{m/m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_{\text{vol}} &= E'_a \cdot 1'49 + E_{w(zg)} \cdot 5'13 = \\ &= 77'18 \cdot 1'49 + 21'01 \cdot 5'13 = 222'78 \text{ kN}\cdot\text{m/m}\end{aligned}$$

y en consecuencia:

$$F_v = \frac{936'34}{222'47} = 4'20 \quad ? \quad \textbf{Válido}$$

Observación: En las condiciones de estabilidad comprobadas en el problema, se han tenido en cuenta los empujes en la puntera del muro.

Normalmente no se tienen en cuenta en el cálculo ya que no puede asegurarse la existencia del terreno en la puntera durante toda la vida del muro, quedando esta hipótesis del lado de la seguridad.